

В. В. КУЛЯБКО, Д. С. ЯРОШЕНКО (Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, Днепропетровск)

## ОСОБЕННОСТИ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ РЕГУЛЯРНЫХ РАМНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРИМЕРЕ ОДНОЭТАЖНЫХ МНОГОПРОЛЕТНЫХ РАМ

Рассмотрены особенности спектров собственных частот неразрезных многопролетных одноэтажных рамных строительных конструкций (сооружений типа: мосты, переходы, эстакады, одноэтажные промздания). Исследовано влияние на частотные спектры (а также на несколько низших частот и форм) конструктивных схем, числа пролетов, нагрузок.

*Ключевые слова:* рама, строительная конструкция, колебания, спектр частот

### Введение

Как известно, многие мостовые конструкции, трубопроводные и иные балочные переходы, различные эстакады, одноэтажные многопролетные промышленные здания являются сооружениями рамного типа с неразрезными горизонтальными элементами (будем для сокращения называть их «ригелями»). У таких строительных конструкций имеется общая особенность расположения собственных частот на дискретном (точечном) спектре, – расположение частот однотипных форм в т.н. «зонах сгущения». Известны аналитические и численные исследования, в основном неразрезных балочных систем. Реже встречаются работы по неразрезным элементам, частично-защемленным в других элементах и подсистемах. Строго говоря, к последнему варианту может быть отнесено чрезвычайно много горизонтальных и вертикальных из многих пространственных моделей сооружений: неразрезные подкрановые балки, прогоны, взаимно ортогональные в плане ригели перекрытий, расположенные в вертикальных плоскостях рам, колонны многоэтажных рам и этажерок, импосты ограждающих конструкций и остекления и т.д.

Заметим что исследования этих особенностей начинались еще в первой половине XX века в трудах С. П. Тимошенко, С. А. Бернштейна и др. Например, С. П. Тимошенко справедливо считал, что в некоторых случаях классическим законам неразрезных объектов подчиняются и определенные рамы, в которых можно рассматривать последовательность из колонн и ригелей как «многопролетную неразрезную балку». В последующие годы прошлого века по особенностям спектров регулярных неразрезных балок появилось много работ и справочных таблиц, но исследований примени-

тельно к рамным конструкциям имеется гораздо меньше.

В данной работе рассматриваются следующие факторы влияния на частотные спектры стержневых моделей плоских рам (см. исходные данные в п. 2):

- варьируется величина вертикальной распределенной нагрузки на ригеле: нагрузка от несущих (в названиях моделей индекс «а», 235 кг/м) и вспомогательных («b», 220 кг/м) конструкций; от транспорта, пешеходов, снега, теплоносителя и т.п. («с», 1406 кг/м), см. пп.5, 6;
- количество пролетов рамы (см. пп. 3, 4, 6);
- конструктивные схемы (наличие шарниров в различных узлах и т. д., см. п. 8);
- проведены исследования не только поперечных колебаний стержней в вертикальной плоскости рамы, но и продольных колебаний, т. к. в протяженных или высоких сооружениях влияние последнего вида колебаний становится заметным (см. п. 7).

### 2. Исходные данные расчетных моделей рам

Введем специальную нумерацию исходных моделей: «номер модели с уровнем нагрузки – количество пролетов». В качестве базовой модели принята шестипролетная рама (пролеты по 20 м, высота до оси ригеля возле колонны – 12,2 м, строительный подъем – 1,07 м) – рис. 1, а. Рама стальная с площадью и моментом инерции ригеля  $A = 0,0295 \text{ м}^2$ ,  $I_x = 0,00304 \text{ м}^4$  и колонны  $A = 0,028 \text{ м}^2$ ,  $I_x = 0,0031 \text{ м}^4$  (жесткости практически одинаковы).

В модели, построенной в ПК ЛИРА с реализацией МКЭ, ригель и колонна имеют по 10 конечных элементов. Податливость фундаментов и оснований не учитывается.

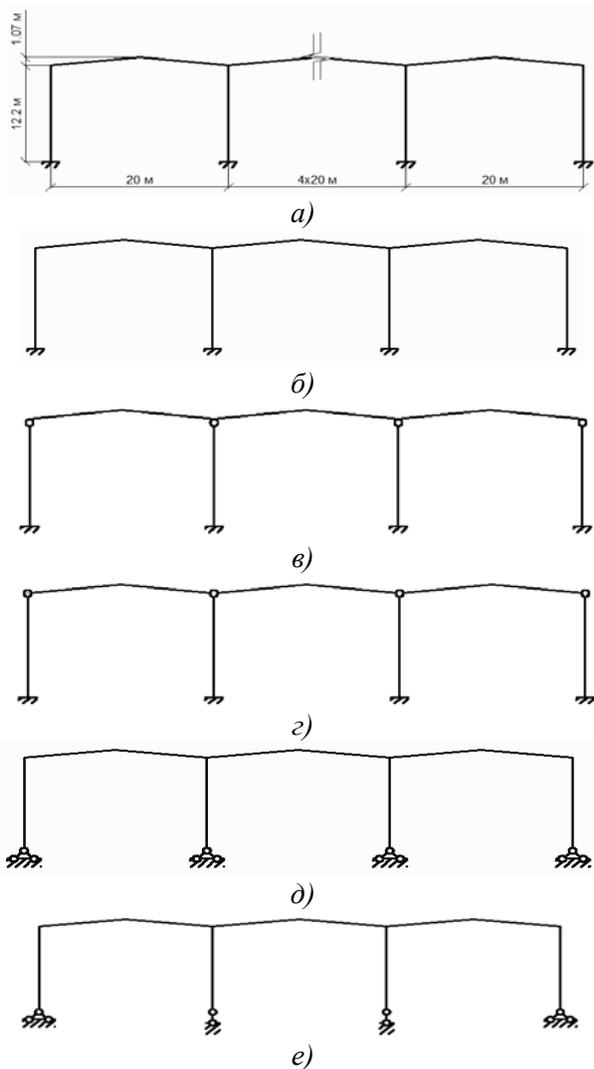


Рис. 1. Расчетные схемы моделей рам: № 1 (а), № 2 (б), № 3 (в), № 4 (г), № 5 (д), № 6 (е)

### 3. Сравнение форм собственных колебаний рам с шестью и тремя пролетами при максимальной нагрузке (изучение возможности исследований более короткой рамы)

В табл.1 показаны несколько низших форм собственных колебаний моделей с 6-ю и 3-мя пролетами, частотные спектры для этих моделей приведены на рис. 2.

Как видно из сравнения первой формы в обеих моделях на частотах около 1,5 Гц происходят горизонтальные поступательные смещения ригеля с изгибом колонн. После этих перемещений начинают проявляться изгибные формы вертикальных колебаний ригеля из первой зоны сгущения. В шестипролетной раме этих форм шесть, в трехпролетной – три (в «короткой» раме для удобства сравнения три ячейки таблицы пропущены).

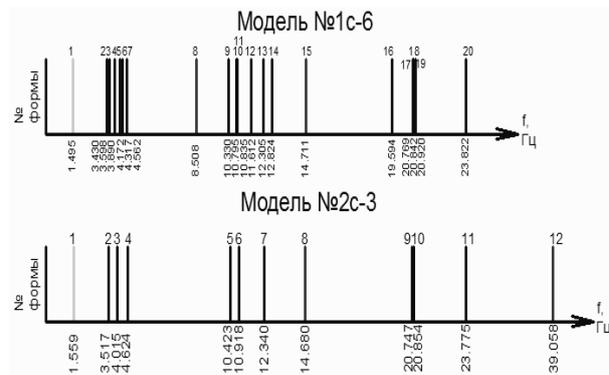


Рис. 2. Сравнение спектров рам с шестью (верхний) и тремя пролетами

В обеих рамах соответствующие формы имеют частоты, различающиеся не более чем на 2...3 %. Если в первой из этих форм изгиб каждого ригеля без переломов переходит в изгиб смежного пролета, то в последующих формах этой первой зоны сгущения наблюдается (в «длинной» раме) последовательно 1, 2 и 3 перелома упругих линий в следующих трех формах № 3, 4, 5. Наблюдающиеся относительно незначительные продольные смещения (в противофазе) концов ригеля относительно оси симметрии по горизонтали (5-я форма в зоне сгущения) переходит в более мощную низшую форму продольных колебаний ригеля, причем длины изгибных волн ригеля не равны пролету. Ниже будет рассмотрено влияние продольных колебаний на более простых балочных системах.

### 4. О границах зон сгущения собственных частот рам с различным числом пролетов

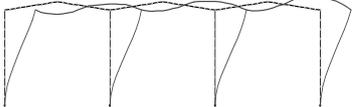
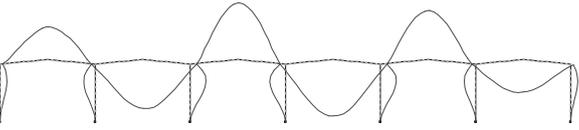
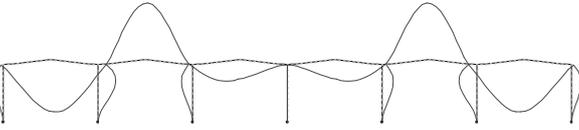
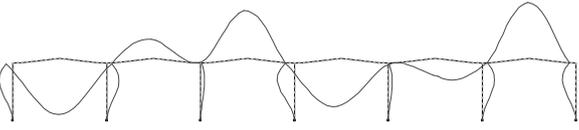
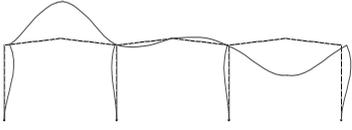
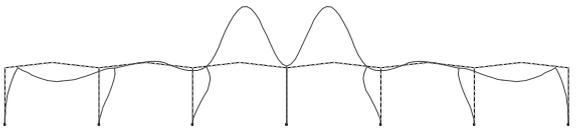
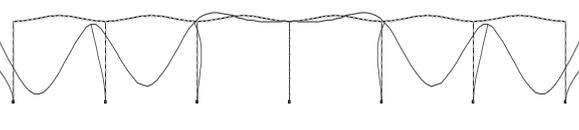
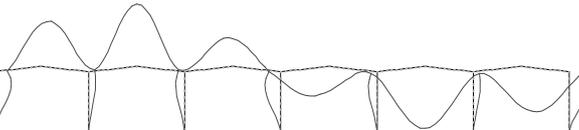
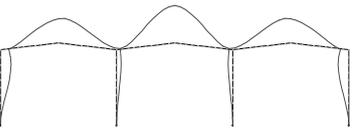
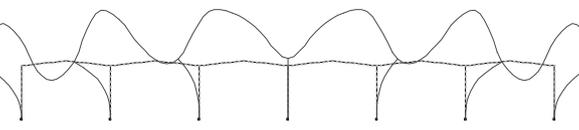
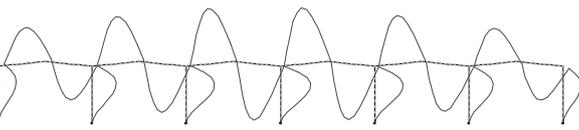
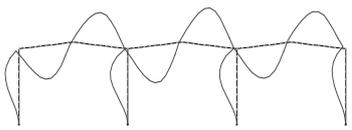
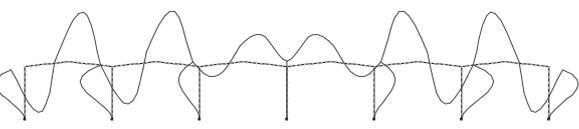
Если исследовать спектры однотипных рам от одного до шести пролетов (базовая рама), то прослеживается четкое «классическое» для балок расположение границ зон сгущения рам, которое как бы определяет и «частичность заземления» ригеля в опорных узлах (рис. 3).

Здесь однопролетные балки в двух вариантах опорных закреплений приняты с той же геометрией, что и у всех ригелей рамы.

Из рис. 3. видно, что, чем меньше число пролетов у рамы, тем больше различие в частотах основного тона горизонтальных поступательных колебаний покрытия для двух моделей, отличающихся по количеству пролетов на единицу.

По результатам выполненных исследований в п.п. 3 и 4 можно сделать вывод, что дальнейшие исследования допустимо проводить на модели с тремя пролетами.

Таблица 1

Модель № 1с		Модель № 2с-3	
Частота, Гц	Вид формы	Частота, Гц	Вид формы
1,495		1,559	
3,430		3,517	
3,598			
3,890		4,015	
4,172			
4,317			
4,562		4,624	
8,508			
10,33		10,42	
10,80		10,92	

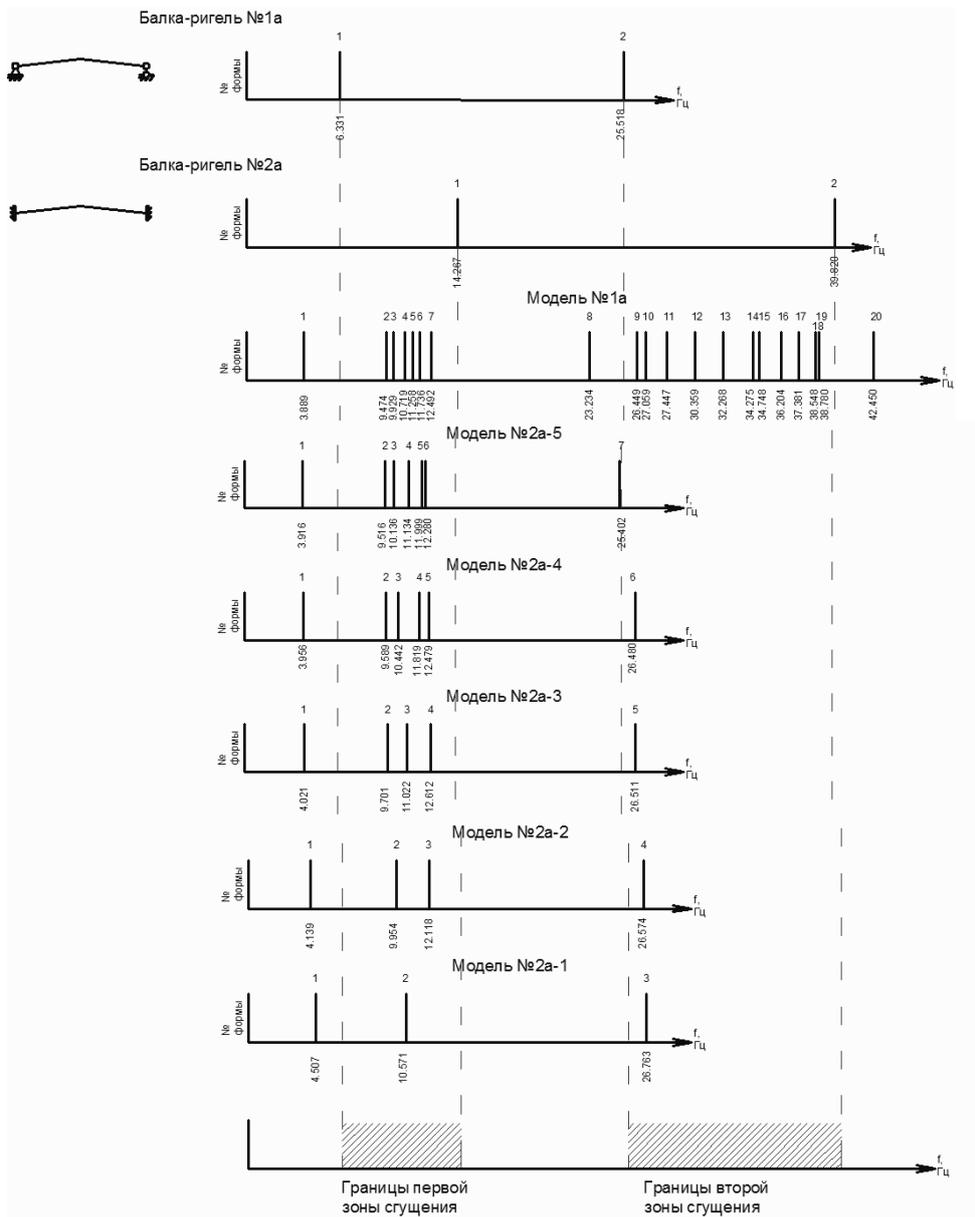


Рис. 3. Спектры однопролетных балок – как границ зон сгущения для рам с разным количеством пролетов

### 5. Влияние величины вертикальной нагрузки на собственные колебания рам

Формы моделей № 1а, 1б и 1с по виду принципиально не отличаются, но изменяются частоты (рис. 4).

В соответствии с теоремами теории колебаний, чем больше нагружен ригель, тем ниже собственные частоты всей рамы, наиболее явно эта тенденция прослеживается при анализе зон сгущения частот рамы. Если в модели № 1а явно прослеживалась только первая зона сгущения частот, то в модели № 1б и особенно № 1с заметно выделяются низшие две зоны (при анализе первых 20-ти форм собственных колебаний рамы).

Очевидно, что частоты форм колебаний, на которые оказывает большое влияние верти-

кальная нагрузка, будут снижаться (неточность создается из-за того, что эта нагрузка не «прилипает» к колоннам) в  $k$  раз (значение индексов возле слагаемых см. п. 1):

$$k = \sqrt{\frac{q_{a+b} + q_c}{q_{a+b}}} = \sqrt{\frac{455 + 1406}{455}} = 2,022$$

Известно, что чаще всего при вынужденных колебаниях строительных конструкций наибольшими являются амплитуды на низких частотах. Как показано на рисунках п. 5, именно в низкочастотной области спектра собственных частот рам наблюдается наибольшая плотность частот (кстати, такой вывод сделан в [4] относительно изгибных колебаний стержней).

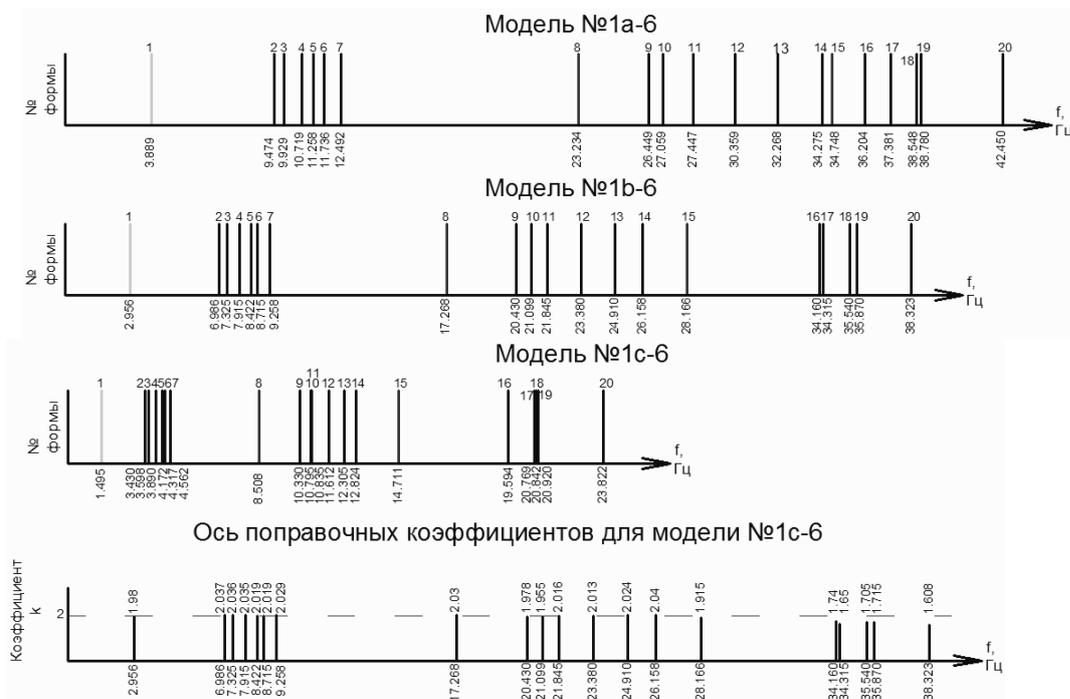


Рис. 4. Спектры собственных частот шестипролетной рамы при различных уровнях нагружения и «ось поправочных коэффициентов»

На основе анализа спектров на рис. 4 для оценки степени сгущения собственных частот рам предлагается ввести безразмерную величину, которую можно назвать «показатель сгущения частот». Предлагается определять эту величину как отношение величины диапазона зоны сгущения к частоте, отвечающей началу этой зоны:

$$K_{\text{сгущ.}} = \frac{f_n^i - f_1^i}{f_1^i},$$

где  $i$  – номер зоны сгущения,  $n$  – номер последней формы колебаний, отвечающей данной зоне сгущения.

Так, для модели 1b-6 данный коэффициент принимает значения 0,325 и 0,379 соответственно для первой и второй зон сгущения, а для модели 1a-6 – 0,33 и 0,24.

## 6. Сопоставление спектров для шести и трех пролетов при разных уровнях вертикальной нагрузки

Как видим, первые зоны сгущения частот совпадают с большой точностью, вторые зоны сгущения почти совпадают только на низших границах. Заметим также, что первые две зоны сгущения в моделях № 1a-6, 1b-6, 1c-6 как бы разделены частотой продольных колебаний ригеля, в моделях же № 2a-3, 2b-3, 2c-3 такое разделение прослеживается между второй и третьей зонами сгущения.

## 7. Проверка возможности возникновения в рамах собственных форм, связанных с активными продольными колебаниями стержней

Продольные колебания присущи всем стержням – и ригеля, и колонн. Располагаются они в спектре в разных местах, строго не связанных с зонами сгущения поперечных (изгибных) колебаний. Для оценки их возможного влияния на общую картину собственных форм и спектров изменим расчетную модель шестипролетной рамы так, чтобы уменьшить влияние изгибных форм.

Как известно, линейная частота низшей формы продольных собственных колебаний призматического стержня длиной  $l$  из материала плотностью  $\rho$  и модулем упругости  $E$  при отсутствии закреплений (не учитываются, например, в исследуемых рамах, упругие горизонтальные связи от колонн), определяется по формуле:

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Заменяя шестипролетную раму свободно лежащим стержнем с длиной 120 м, получим частоту основного тона продольных колебаний такого стержня 21,7 Гц.

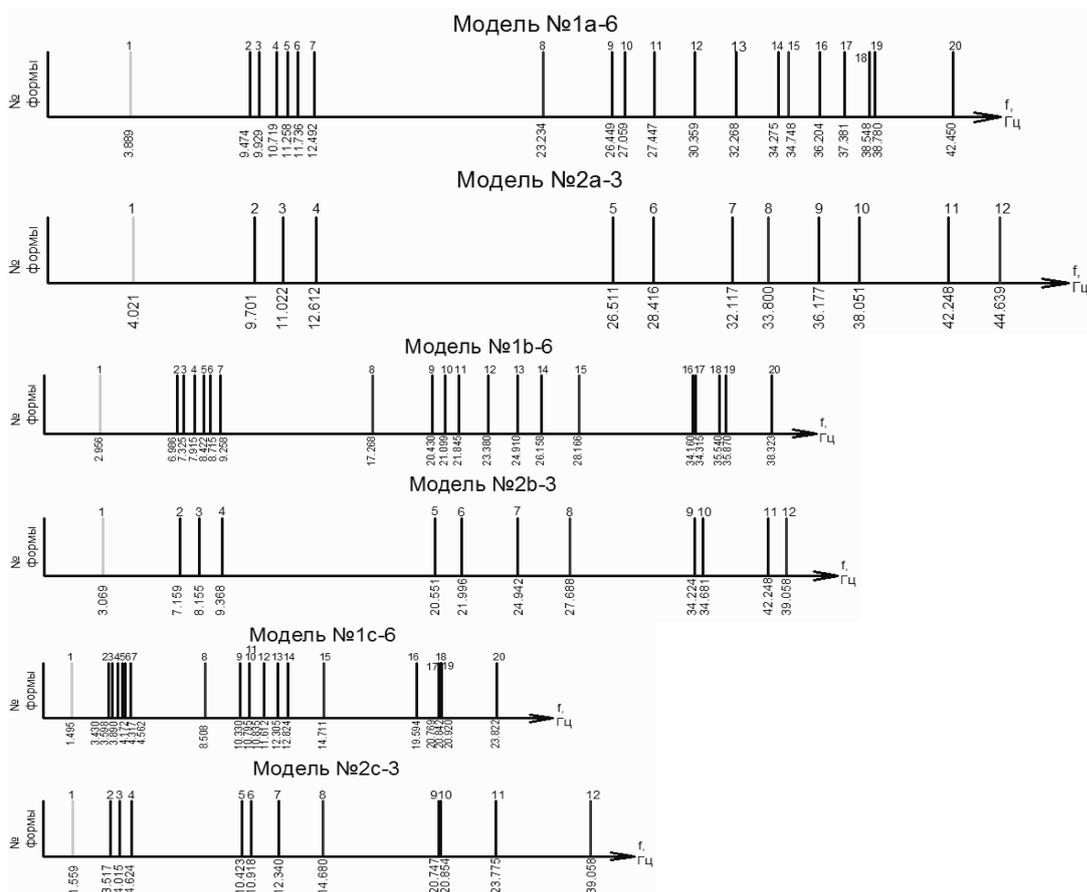


Рис. 5. Спектры собственных частот шести- и трехпролетной рамы при различных уровнях нагружения

Моделирование этой задачи на ПК ЛИРА возможно при закреплении геометрически неизменяемого стержня от поступательных продольных перемещений. Оставляя несколько другую схему (стержня-ригеля со строительным подъемом, без учета упругости колонн и их заменой в модели на шарнирно-подвижные опоры), мы с помощью МКЭ получаем частоту 20,94 Гц. Заметим, что, если такой же стержень-ригель закрепить не посередине, а на одном конце, то частота основного тона продольных колебаний снижается в два раза (10,55 Гц), если же стержень закрепить на обоих концах,

то тогда частота в два раза повысится (20,94 Гц) и совпадет с первым случаем.

Сокращение длины стержня-ригеля приводит к линейному пропорциональному повышению частоты продольных колебаний. Например, при закреплении только на одном конце стержня длиной 120 м, частота была 10,55 Гц, а стержня длиной 100 м – 12,65 Гц.

Естественно, что реальный результат для продольных колебаний только ригеля на упругих колоннах должен быть выше чем 20,94 Гц при раме длиной 120 м (6 пролетов). Для рамы длиной 60 м (3 пролета) эта частота основного тона будет повышаться и будет выше 42 Гц.

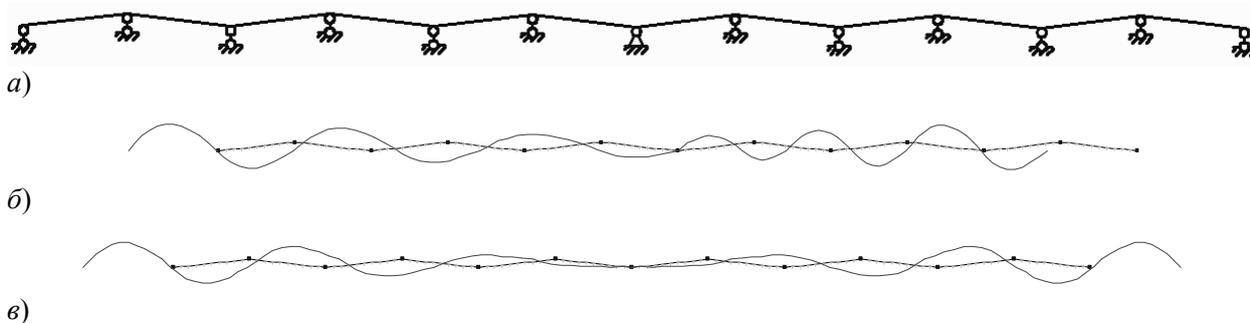


Рис. 6. Расчетная схема «балки № 1а» (а) и первые ее две продольно-изгибные формы колебаний (б, в) с шарнирно-неподвижным закреплением посередине ( $f_1 = 20,940$  Гц;  $f_2 = 20,953$  Гц)

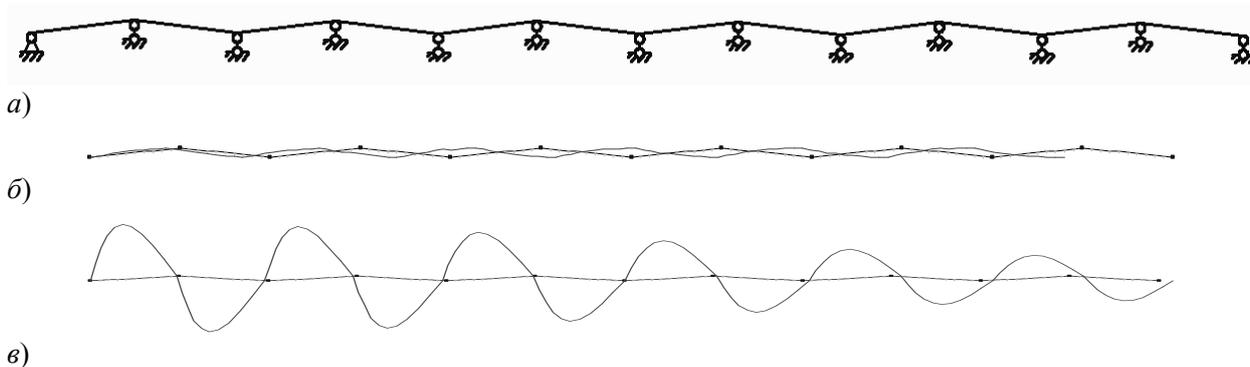


Рис. 7. Расчетная схема «балки № 2а» (а) и первые две продольно-изгибные формы колебаний (б, в) с шарнирно-неподвижным закреплением на крайней левой опоре ( $f_1 = 10,547$  Гц;  $f_2 = 25,593$  Гц)

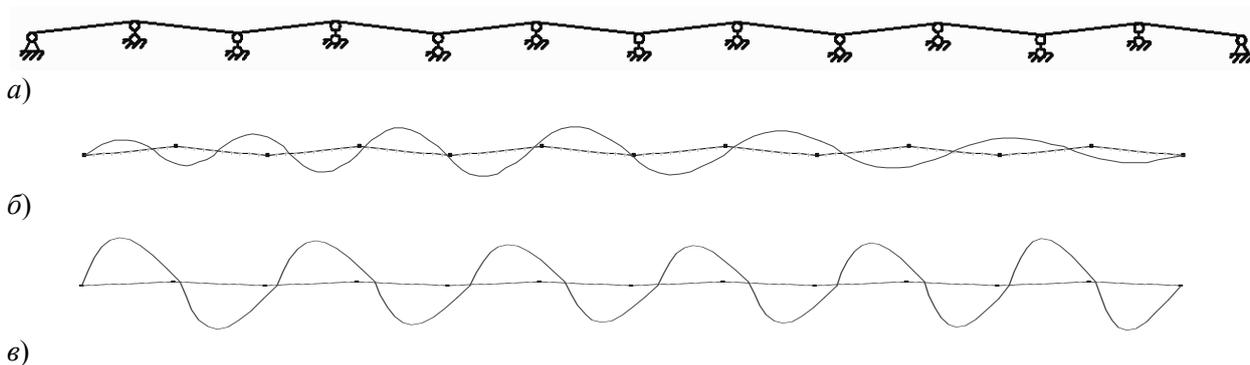


Рис. 8. Расчетная схема «балки № 3а» (а) и первые две продольно-изгибные формы колебаний балки (б, в) с шарнирно-неподвижными закреплениями крайних опор ( $f_1 = 20,940$  Гц;  $f_2 = 25,805$  Гц)

## 8. Влияние устройства шарниров в узлах рамы на ее собственные колебания

А. Неразрезной ригель шарнирно связан с колоннами.

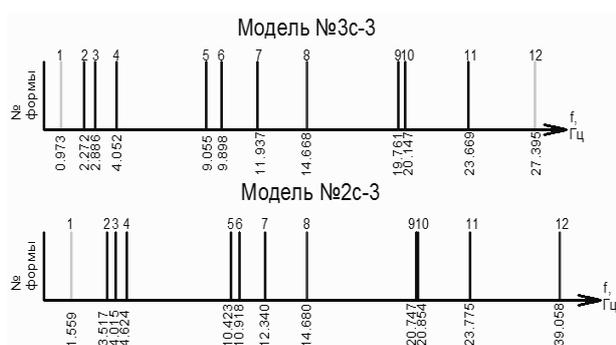


Рис. 9. Спектры частот для двух моделей трехпролетной рамы

В модели 3с-3 заметно снижение всех частот относительно модели 2с-3. Частоты форм 7, 8 и 11 для обеих моделей близки. Это вызвано большим, нежели в остальных рассматриваемых формах, влиянием частот продольных колебаний ригеля и колонн. Кратко рассмотрим влияние строительного подъема ригеля на собственные частоты его колебаний (табл. 2).

Таблица 2

№ формы	Трехпролетная балка со строительным подъемом	Трехпролетная балка без строительного подъема	
		По [2]	ПК ЛИРА
Частота, Гц			
1	2,237	2,28	2,29
2	2,792	2,9	2,934
3	3,727	4,27	4,284

Используя результаты работы [1] или справочные источники (например, [2]), можно провести подробное тестирование полученных частот, а, следовательно, и применяемых методик.

Для шарнирно опертой трехпролетной неразрезной балки, аналогичной по жесткости и массе ригелю рамы, частоты первых трех форм равны: 2,28 Гц; 2,9 Гц; 4,27 Гц. Следовательно, ригель рамы при таких шарнирных условиях опирания на колонны ведет себя почти аналогично неразрезной балке (конечно, при относительно небольших высотах рам – при росте высоты начнет проявляться первая форма посту-

пательных горизонтальных перемещений ригеля на гибких стоечных опорах).

*Б. Разрезные конструкции пролетов ригеля (полный шарнир в узлах сопряжения ригелей и колонн).*

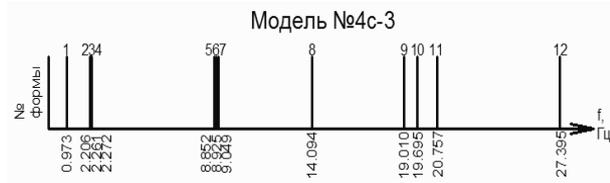


Рис. 10. Спектр частот модели рамы 4с-3

Как видим на рис. 10, частоты, отвечающие формам колебаний разрезных ригелей, располагаются очень плотно на частотном спектре, фактически накладываясь друг на друга. Частота, отвечающая поступательным горизонтальным колебаниям ригеля в моделях 3с-3 и 4с-3 одинакова (т.е. для данной формы колебаний эти две модели являются равносильными).

*В. Парное сравнение видов спектров моделей 5с-3 и 6с-3.*

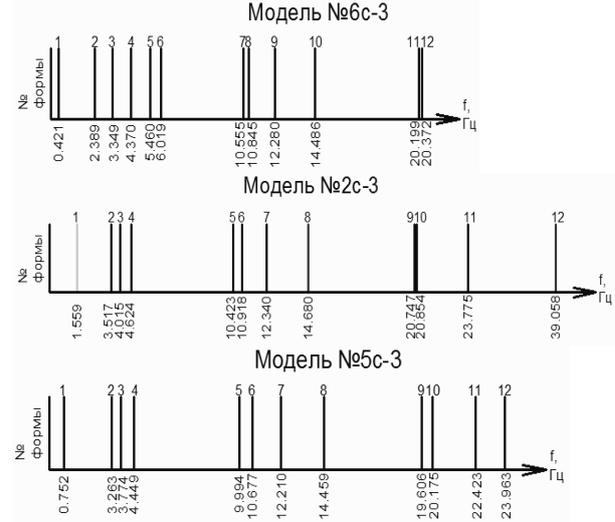


Рис. 11. Спектры рам с шарнирами на уровне фундаментов (5 и 6-я модели) в сравнении с рамой со всеми жесткими узлами (2-я модель)

Таблица 3

№	Модель № 5с-3	Модель № 6с-3
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Как видно из табл. 3 и рис. 11, модель 5 на низших частотах проявляет почти такое же качество форм, как и в «жестких» рамах. Но частоты снижаются примерно на 10 %. Совер-

шенно иной вид спектра и низших собственных форм наблюдается в модели 6 из-за шарнирно подвижных опорных узлов средних колонн на фундаментах.

## Выводы

В данной работе рассмотрены особенности собственных колебаний (низших частот, форм и спектров для анализа собственных колебаний) плоских рам на примере одноэтажных многопролетных систем, по которым можно сделать следующие выводы:

– для однотипных рамных конструкций вертикальная нагрузка на ригель и количество пролетов рамы не вносит существенных качественных изменений в основные тона горизонтальных и вертикальных колебаний рам в то время как количественное изменение, например, увеличение, вертикальной нагрузки в  $k$  раз снижает частоты форм с преобладанием вертикальных собственных колебаний примерно в  $\sqrt{k}$  раз;

– введение шарнирных узлов качественно и количественно меняет формы и частотные спектры собственных колебаний рам;

– анализ зон сгущения на спектрах собственных частот рам, выделение показателей плотности и разреженности (разреженность увеличивается при снижении вертикальной нагрузки) зон сгущения на спектрах рам, позволит избежать каких-либо ошибочных выводов для систем с близкими частотами при обработке результатов динамических испытаний, проводимых, например, по технологиям пассивной вибродиагностики;

– при проектировании новых рам, реконструкции и виброзащите существующих сооружений, рекомендуется выполнять аналогичные приведенным в данной работе исследования в линейной постановке, что облегчит дальнейший поиск рациональных схем рам с установкой целесообразных для каждого варианта инженерных решений эффективных демпфирующих устройств, в том числе – с нелинейными силовыми характеристиками.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кулябко, В. В. Динамика конструкций, зданий и сооружений [Текст]: Ч. 1 / Кулябко В. В. – ЗГИА, 2005. – 232 с.
2. Справочник по динамике сооружений [Текст] / под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1972. – 511 с.
3. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле [Текст] / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер; пер. с англ. Л. Г. Корнейчука. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
4. Вибрации в технике [Текст]: справочник. в 6 т. / ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1978.  
Т. 1: Колебания линейных систем / Под ред. В.В.Болотина. – 1978. – 352 с.

Поступила в редколлегию 06.04.2012.

Принята к печати 16.04.2012.

В. В. КУЛЯБКО, Д. С. ЯРОШЕНКО (Придніпровська державна академія будівництва і архітектури, Дніпропетровськ)

## ОСОБЛИВОСТІ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ РЕГУЛЯРНИХ РАМНИХ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ПРИКЛАДІ ОДНОПОВЕРХОВИХ БАГАТОПРОГОНОВИХ РАМ

Розглянуто особливості спектрів власних частот нерозрізних багато пролітних одноповерхових рамних будівельних конструкцій (споруд типу: мости, переходи, естакади, одноповерхові промислові будівлі). Досліджено вплив на частотні спектри (а також на декілька нижчих частот і форм) конструктивних схем, числа прольотів, навантажень.

*Ключові слова:* рама, будівельна конструкція, коливання, спектр частот

V. KULYABKO, D. YAROSHENKO (Prydniprovsk'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture, Dnepropetrovsk)

## FEATURES OF THE FRAME STRUCTURES EIGENMODES APPLIED ON ONE-STOREY MULTI-SPAN FRAMES

Spectrum features of own frequencies of continuous multispans single-storey frame construction designs (such constructions as bridges, crossovers, ramps, single-storey industrial building) are considered. Influence on frequency ranges (and also on some lowest frequencies and forms) construction arrangement, number of spans, loadings is investigated.

*Keywords:* frame, building structure, vibrations, frequency spectrum