

А. А. СИВЦОВ, Г. В. ДЕСЯТЫХ (Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург, Россия)

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ КРЕПИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК С УЧЕТОМ ИХ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С МАССИВОМ ПОРОД

На базе решения контактной задачи теории упругости получены расчетные зависимости для определения критического давления на крепь вертикальных выработок. Приведено сравнение расчета по предлагаемому алгоритму с существующими методами.

Ключевые слова: крепь, горная выработка, критическое давление, контактное взаимодействие, устойчивость крепи

В основу большинства методов оценки устойчивости крепи, контактирующей с породой, положена гипотеза местных деформаций, т.е. упругий отпор породы задается гипотезой Винклера, которая описывает упрощенную модель основания.

Более совершенные методы расчета крепи (обделки) базируются на решении контактной задачи теории упругости, где крепь рассматривается как механическая связь, накладываемая на множество точек контура подкрепляемой выработки [1, 2].

Основное условие совместной работы крепи и массива пород выражается зависимостями [1]

$$u_{\rho}^{\circ}(q) = u_{\rho}^{\text{н}}(q), \quad u_{\vartheta}^{\circ}(q) = u_{\vartheta}^{\text{н}}(q), \quad (1)$$

где $u_{\rho}^{\circ}(q), u_{\vartheta}^{\circ}(q)$ и $u_{\rho}^{\text{н}}(q), u_{\vartheta}^{\text{н}}(q)$ – радиальные и касательные перемещения соответственно наружной поверхности крепи и контура незакрепленной горной выработки от контактных напряжений q .

Перемещения, которые находятся в правых частях формул (1), определяются решением соответствующей задачи теории упругости и записываются в виде выражений

$$u_{\rho}^{\text{н}}(q) = \frac{R}{2G_{\text{н}}} \left[q_0 + \left(\frac{q_{-k}}{k+1} + \chi \frac{q_k}{k-1} \right) \cos k\vartheta \right]; \quad (2)$$

$$u_{\vartheta}^{\text{н}}(q) = \frac{R}{2G_{\text{н}}} \left[\frac{q_{-k}}{k+1} - \chi \frac{q_k}{k-1} \right] \sin k\vartheta, \quad (3)$$

где R – радиус контура выработки; $G_{\text{н}}$ – модуль сдвига породы; $\chi = 3 \dots 4 \nu_{\text{н}}$; $\nu_{\text{н}}$ – коэффициент Пуассона горной породы; q_k – коэффи-

циенты радиальных и касательных контактных напряжений, заданных разложениями

$$q_{\rho} = q_0 + (q_{-k} + q_k) \cos k\vartheta; \quad (4)$$

$$q_{\vartheta} = (q_{-k} - q_k) \sin k\vartheta, \quad (5)$$

где ϑ – аргумент произвольной точки выработки; $k = 2, 3, 4 \dots$

Что касается перемещений, находящихся в правых частях выражений (1), их можно получить, рассматривая напряженно-деформированное состояние крепи. Будем считать, что крепь представляет собой достаточно тонкое кольцо с первоначальным круговым очертанием оси. Отождествим ось такого кольца с его наружным контуром, совпадающим с контуром выработки. Условия равновесия бесконечно малого элемента дуги кольца ds (рис. 1) приводят к трем уравнениям:

$$N + \frac{dQ}{d\vartheta} = \rho q_{\rho} = \rho [q_0 + (q_{-k} + q_k) \cos k\vartheta]; \quad (6)$$

$$Q - \frac{dN}{d\vartheta} = \rho q_{\vartheta} = \rho (q_{-k} - q_k) \sin k\vartheta; \quad (7)$$

$$dM = \rho Q d\vartheta. \quad (8)$$

В формулах (6)-(8) $ds = \rho d\vartheta$, ρ – радиус деформированной оси стержня.

Из уравнений (6)-(8) следует, что для круговой формы кольца при $\rho = R$ и $q_{-k} = q_k = 0$ от равномерного внешнего давления q_0 в нем возникают только нормальные силы $N = Rq_0$. Перерезывающая сила Q и момент M равны нулю. Крепь не деформируется до достижения критической нагрузки $q_0 = P_{\text{кр}}$.

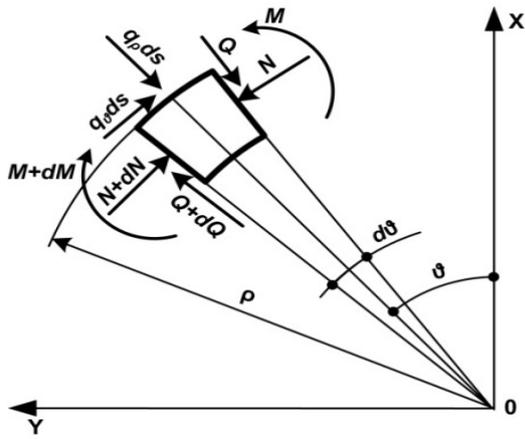


Рис. 1. Усилия, приложенные к элементарной дуге кольца

При контакте крепи с грунтом кроме круговой формы равновесия возможны деформированные, бесконечно близкие к круговой и потеря устойчивости вызывается дополнительным малым приращением продольной силы ΔN .

С учетом вышесказанного произведем замены в уравнениях (6)-(8)

$$q_\rho = P_{кр} + (q_{-k} + q_k) \cos k\vartheta;$$

$$N = RP_{кр} + \Delta N;$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R} + \frac{M}{EI}$$

и после преобразований будем иметь

$$\Delta N + \frac{dQ}{d\vartheta} + P_{кр} \frac{MR^2}{EI} = R(q_{-k} + q_k) \cos k\vartheta; \quad (9)$$

$$Q - \frac{d\Delta N}{d\vartheta} = R(q_{-k} - q_k) \sin k\vartheta; \quad (10)$$

$$dM = RQ d\vartheta. \quad (11)$$

где E – модуль упругости материала крепи; I – момент инерции радиального сечения крепи.

Исключив из формул (9)-(11) ΔN и Q , получим уравнение

$$\frac{d^3 M}{d\vartheta^3} + \frac{dM}{d\vartheta} \left[1 + P_{кр} \frac{R^3}{EI} \right] = -R^2 [(k+1)q_{-k} + (k-1)q_k] \sin k\vartheta. \quad (12)$$

Далее, воспользовавшись известным дифференциальным уравнением изогнутой оси кругового стержня

$$M = -\frac{EI}{R^2} \left(\frac{d^2 u_\rho^0(q)}{d\vartheta^2} + u_\rho^0(q) \right), \quad (13)$$

в которое на основании первого из условий (1), подставив значение перемещений (2), получим зависимость для изгибающего момента

$$M = \frac{EI}{2RG_\Pi} [(k-1)q_{-k} + \chi(k+1)q_k] \cos k\vartheta. \quad (14)$$

После подстановки в формулу (12) значения моментов из формулы (14) и преобразований, получим выражение для критической силы

$$P_{кр} = \frac{EI}{R^3} (k^2 - 1) + G_\Pi \frac{k+1 + (k-1)f_k}{2k[(k+1)\chi + (k-1)f_k]}. \quad (15)$$

В формуле (15) $k = 2, 3, 4, \dots$ – коэффициенты формы упругой линии кольца при потере устойчивости (число выпучиваний);

$f_k = \frac{q_{-k}}{q_k}$ – отношение пока еще неизвестных

коэффициентов разложения. Определим эти коэффициенты. Подставив выражение для M из зависимости (14) в уравнения (11) и (10), получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{q_k} \frac{d\Delta N}{d\vartheta} = & -f_k \frac{EI k(k-1) + 2R^3 G_\Pi}{2R^2 G} \sin k\vartheta - \\ & - \frac{EI \chi k(k+1) - 2R^3 G_\Pi}{2R^2 G_\Pi} \sin k\vartheta. \end{aligned} \quad (16)$$

С другой стороны используем зависимость для определения продольной силы в кольце при деформации его оси

$$\Delta N = \frac{Et}{R} \left(\frac{du_\vartheta^0(q)}{d\vartheta} - u_\rho^0(q) \right), \quad (17)$$

где t – толщина кольца (крепи).

На основании условий контактной задачи (1), подставив в (17) выражения для перемещений из формул (2), (3) и продифференцировав по ϑ , получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{q_k} \frac{d\Delta N}{d\vartheta} = & f_k \frac{Et(k-1)^2}{2G_\Pi} \sin k\vartheta + \\ & - \frac{Et \chi (k+1)^2}{2G_\Pi} \sin k\vartheta. \end{aligned} \quad (18)$$

Далее приравняв правые части выражений (17), (18) и решив полученное уравнение относительно f_k , получим формулу для определения отношения коэффициентов разложения

$$f_k = \frac{a_k + b_k + c}{d_k + e_k + c}, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} a_k &= EI\chi k(k+1); \\ b_k &= -Et\chi R^2(k+1)^2; \\ c &= -2GR^3; \\ d_k &= -Elk(k-1); \\ e_k &= -EtR^2(k-1)^2. \end{aligned} \quad (20)$$

$k = 2, 3, 4...$

Для обобщения полученных результатов для кольца на сплошную крепь необходимо учесть цилиндрическую жесткость. Для этого в формулы (15) и (20) подставим вместо модуля упругости E величину

$$E^* = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad (21)$$

где ν – коэффициент Пуассона материала крепи.

Из формул (15), (20), (21) видно, что величина критического давления зависит от механических характеристик массива пород (G_{Π} , ν_{Π}), механических (E , ν_{Π}) и геометрических (I , R , t) характеристик крепи, а также числа выпучиваний крепи k .

При нагружении крепи внешним гидростатическим давлением и отсутствии со стороны массива отпора ($G_{\Pi} = 0$) (например при бурении ствола и погружении крепи в глинистый раствор, заполняющий ствол), формула (15) при $k = 2$ преобразуется в зависимость Ф. Грасхофа – Ж. А. Бресса

$$P_{кр} = \frac{3EI}{R^3}.$$

Приведем некоторые числовые результаты. Определим критическое давление на стальную

трубу $2R = 2,0$ м, $t = 0,018$ м. Модуль упругости крепи $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа. Коэффициент Пуассона материала крепи $\nu = 0,35$. Крепь возводится в глине с модулем деформации $E_{\Pi} = 15$ МПа и коэффициентом Пуассона $\nu_{\Pi} = 0,43$. Коэффициент отпора породы (для сопоставительного расчета по методу Николаи Е. Л.) $K_{\sigma} = 50$ МН/м. В табл. 1 приведены результаты расчета критического давления $P_{кр}$ по предлагаемому методу и методу Николаи Е. Л. при числе выпучиваний $k = 2...6$.

Таблица 1

Критическое давление

Метод расчета	$P_{кр}$ (МПа) при числе k				
	2	3	4	5	6
Николай Е.Л.	16,9	7,1	4,9	4,6	5,1
предлагаемый	5,4	4,1	3,9	4,4	5,3

В расчет принимается меньшее из значений силы $P_{кр} = 4,6$ МПа в первом случае и $P_{кр} = 3,9$ МПа во втором. Расчеты по методикам приводят к близким результатам, но дают завышенные критические давления на крепь вследствие принятого ими допущения, что сопротивление пород препятствует искажению формы крепи по всему ее периметру сечения как на участках с перемещениями в сторону массива, так и на участках с перемещениями во внутрь выработки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Айвазов, Ю. Н. Алгоритм решения контактной задачи для тоннельных обделок, обжатых в породу [Текст] / Ю. Н. Айвазов, А. А. Сивцов // Автомобильные дороги и дорожное строительство. – К.: Будівельник. – 1992. – Вып.50 – с. 81-87.
2. Бульчев, Н. С. Механика подземных сооружений [Текст] / Н. С. Бульчев – М.: Недра. – 1994. – 382 с.

Поступила в редколлегию 15.06.2012.
Принята к печати 29.06.2012.

О. О. СІВЦОВ, Г. В. ДЕСЯТИХ (Уральський державний університет шляхів сполучення, Єкатеринбург, Росія)

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ СТІЙКОСТІ КРІПЛЕННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ ГІРСЬКИХ ВИРОБОК З УРАХУВАННЯМ ЇХ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ З МАСИВОМ ПОРІД

На базі рішення контактної задачі теорії пружності отримані розрахункові залежності для визначення критичного тиску на кріплення вертикальних виробок. Приведено порівняння результатів розрахунку по запропонованому алгоритму з існуючими методами.

Ключові слова: кріплення, гірська виробка, критичний тиск, контактна взаємодія, стійкість кріплення

A.A. SIVTSOV, G.V. DESYATYKH (Ural State University of Railway Transport , Ekaterinburg, Russia)

ALGORITHM OF THE VERTICAL MINE SHAFT LINING STABILITY CALCULATION CONSIDERING IT CONTACT INTERACTION WITH A ROCK MASS

Based on the elastic contact problem solution, analytical relations for evaluation of critical pressure on a shaft lining deduced. Comparison of calculation results by the proposed algorithm with existing methods added.

Keywords: lining, mine, critical pressure, contact interaction, stability