МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

УДК 625.745

І. В. БАШКЕВИЧ*

* Каф. «Мости та тунелі», Національний транспортний університет, вул. Суворова 1, Київ, Україна, 01010, тел/факс +38 (044) 280 79 78, ел. пошта kproekt@mail.ru

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА ЇЇ АНАЛІТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ЗАЛИШКОВОГО РОЗМИВУ

Мета.Удосконалення методики багаторічного прогнозування загального розмиву на мостових переходах. **Методика.** Теоретичне вишукування. **Результати.** Отримано науково обґрунтовану методику визначення розрахункового рівня розмиву за багаторічний період експлуатації мостових переходів. **Наукова новизна.** Вперше пропонується математична модель, призначена для визначення залишкового розмиву із застосуванням лінійної характеристики трансформації руслової витрати. **Практична значимість**. Запропоновано аналітичну методику прогнозування небезпечних для стійкості мостових переходів деформацій дна русла.

Ключові слова: мостовий перехід; багаторічне прогнозування руслових деформацій; залишковий розмив; довжина зони стиснення; коефіцієнт стиснення потоку під мостом

Вступ

Процес загального розмиву на мостових переходах починається з виходом паводкового потоку на заплави і досягає свого максимуму не на піку, а на спаді паводку. Коли річка знову входить в брівки русла, відмітки дна під мостом зазвичай не відновлюються і залишаються меншими за природні. Різниця між цими відмітками являє собою залишковий розмив, який тим більший, чим більша висота паводку і коефіцієнт стиснення потоку під мостом при розрахунковому рівні високої води (РРВВ).

Увага до залишкового розмиву виникла з появою в будівельних нормах (СНиП 2.05.03.-84 [1] та ДБН В.2.3-22:2009 [2] зобов’язання щодо прогнозування загального розмиву за багаторічний період. В цьому разі, пропускаючи кожний черговий паводок, треба знати величину загальних руслових деформацій, залишених попередніми паводками.

Мета

Мета дослідження полягає в удосконаленні методики багаторічного прогнозування загального розмиву на мостових переходах, шляхом врахування, що на момент залишкового розмиву істотно скорочується довжина зони стиснення через зменшення ширини розмиву та найголовніше те, що в момент звільнення заплав від води зменшується коефіцієнт стиснення потоку під мостом.

Методика. Математична модель залишкового розмиву

В математичній моделі залишкового розмиву ця обставина відбивається в характеристиці трансформації руслової витрати. У зв'язку з цим, характер трансформації руслової витрати в зоні стиснення може розглядатися лінійним або майже лінійним [3].

Руслові деформації в зоні впливу мостових переходів і переформування дна в побутових умовах описується системою, яка складається з двох пар рівнянь нерозривності й рухи, відповідно для води й наносів [4, 5]. Чотири рівняння – це мінімальна кількість, що задовольняє коректній постановці задачі, але залежно від її конкретного змісту вони можуть приймати різний вид. Таким чином, математична модель залишкового розмиву (1) складається з диференціального рівняння балансу наносів, формули трансформуючої спроможності руслоформуючих наносів, рівняння нерозривності потоку і його характеристики трансформації:

ISSN 2227-1252
Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика, 2014, № 6

$$\begin{cases} \dfrac{\partial G}{\partial l} - B \cdot \dfrac{\partial h}{\partial t} = 0 \\ G = A_{\partial} \cdot B_{\text{P}} \cdot \dfrac{V^4}{h^{1/2}}, \\ Q = B_{\text{P}} \cdot h \cdot V \\ \beta_{\text{P}} = 1 + k \cdot l \end{cases} \quad (1)$$

де G і Q – витрати наносів і води; h і B_{P} – глибина і ширина русла; V – швидкість руслового потоку; A_{∂} – коефіцієнт, що враховують фізичні властивості наносів; m – показник степені, який залежить від форми транспортування наносів; β_{P} – коефіцієнт трансформації руслової витрати в зоні стиснення змінюється за течією майже лінійно, від 1 в створі де починається стиснення до β_{pm} під мостом; l – відстань від початку стиснення; k – коефіцієнт пропорційності, який обчислюється за формулою:

$$k = \frac{\beta_{\text{pm}} - 1}{l_c}, \quad (2)$$

де l_c – довжина зони стиснення.

Аналітична реалізація математичної моделі залишкового розмиву

Використовуючи рівняння нерозривності для водного потоку і коефіцієнт трансформації руслової витрати, динамічне рівняння руху наносів перетвориться наступним чином:

$$G = \frac{A \cdot Q_{\text{pn}}^4 \cdot \beta_{\text{p}}^4}{B_{\text{p}}^4 \cdot h^{4,5}}, \quad (3)$$

де Q_{pn} – природна витрата води в руслі, яка змінюється тільки з часом відповідно гідрографу і залишається сталою по довжині.

Для визначення градієнта витрати наносів виконується заміна під знаком похідної незалежної зміни l на зміну β_{p}, по якій і виконується диференціювання. З урахуванням однозначного зв’язку між величинами β_{p} та l, можна записати:

$$\frac{\partial G}{\partial l} = k \cdot \frac{\partial G}{\partial \beta_{\text{p}}}.$$

Взявши похідну $\dfrac{\partial G}{\partial l}$, отримаємо вираз градієнта витрати наносів

$$\frac{\partial G}{\partial l} = \frac{4 \cdot k \cdot A \cdot Q_{\text{pn}}^4 \cdot \beta_{\text{p}}^3}{B_{\text{p}}^3 \cdot h^{4,5}} - \frac{4 \cdot k \cdot A \cdot Q_{\text{pn}}^4 \cdot \beta_{\text{p}}^4}{B_{\text{p}}^3 \cdot h^{5,5}} \cdot \frac{\partial h}{\partial \beta_{\text{p}}}. \quad (4)$$

Після підстановки (4) до системи (1) і застосовуючи вже відомий метод її розв’язання [6] отримуємо для неї квазілінійне рівняння загальних руслових деформацій:

$$\frac{4 \cdot k \cdot A \cdot Q_{\text{pn}}^4 \cdot \beta_{\text{p}}^4}{B_{\text{p}}^4 \cdot h^{5,5}} \cdot \frac{\partial h}{\partial \beta_{\text{p}}} + \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{4 \cdot k \cdot A \cdot Q_{\text{pn}}^4 \cdot \beta_{\text{p}}^3}{B_{\text{p}}^4 \cdot h^{4,5}}. \quad (5)$$

Еквівалентна йому система звичайних диференціальних рівнянь записується в симетричній формі таким чином

$$\frac{d\beta_{\text{p}}}{\dfrac{4 \cdot k \cdot A \cdot Q_{\text{pn}}^4 \cdot \beta_{\text{p}}^4}{B_{\text{p}}^4 \cdot h^{5,5}}} = dt = \frac{dh}{\dfrac{4 \cdot k \cdot A \cdot Q_{\text{pn}}^4 \cdot \beta_{\text{p}}^3}{B_{\text{p}}^4 \cdot h^{5,5}}} \quad (6)$$

Складові елементи системи (6) являють собою відношення диференціалів незалежних змінних до коефіцієнтів при відповідних похідних розшукуваної функції. Для складання двох звичайних рівнянь треба згуртувати їх попарно в будь-якому порядку. Таких неповторюючих самих себе комбінацій може бути тільки три. Наприклад, перше з другим, перше з третім і третє з другим. З метою отримання загального рішення квазілінійного рівняння нема потреби розв’язувати їх всі три. Досить розв’язати будь-які два. Вибір цих рівнянь залежить від складності їх рішення і пов’язані з цим ускладнення, що виникають при врахуванні початкових умов.

Перше звичайне диференціальне рівняння утворюється внаслідок комбінації крайніх членів системи (6), яке після скорочення подібних членів зводиться до типу з роздільними змінними:

$$\frac{\partial \beta_{\text{p}}}{\beta_{\text{p}}} = \frac{dh}{h}.$$

Його рішення очевидне і може бути записане одразу:

$$\frac{\beta_{\text{p}}}{h} = \psi_1, \quad (7)$$

ISSN 2227-1252
Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика, 2014, № 6

де ψ_1 – стала інтегрування.

Друге звичайне диференціальне рівняння утворюється внаслідок комбінації першого і другого рівняння системи (6), яке після розділення змінних приймає вигляд:

$$\frac{d\beta_{\text{р}}}{\beta_{\text{р}}^4} = \frac{4 \cdot k \cdot A \cdot Q_{\text{рп}}^4}{B_{\text{р}}^4 \cdot h^{5,5}} \cdot dt. \qquad (8)$$

Інтегрування рівняння (8) також не викликає труднощів і його розв'язок записується наступним чином:

$$\frac{1}{3 \cdot \beta_{\text{р}}^3} + \frac{4 \cdot k \cdot A \cdot \Gamma}{B_{\text{р}}^4 \cdot h^{5,5}} = \psi_2, \qquad (9)$$

де ψ_2 – стала інтегрування; $\Gamma = \int Q_{\text{рп}}^4 dt$ – інтегральна функція гідрографу.

На відмінну від звичайних диференціальних рівнянь, для яких загальне рішення повністю визначається невідомою сталою величиною, загальне рішення диференціальних рівнянь з частинними похідними являє собою невизначену функцію Φ від інтегралів (7) і (9). Таким чином, загальне рішення квазілінійного рівняння (6) становить

$$\Phi\left(\frac{\beta_{\text{р}}}{h}; \frac{1}{3 \cdot \beta_{\text{р}}^3} + \frac{4 \cdot k \cdot A \cdot \Gamma}{B_{\text{р}}^4 \cdot h^{5,5}}\right) = 0. \qquad (10)$$

З незліченної кількості рішень, що описують функцією Φ, треба знайти єдине, котре задовольняє початковим умовам, тобто вирішити задачу Коші. Для здобуття частинного рішення, треба інтеграли (7) і (9) записати стосовно початкового моменту $t_0 = 0$. Тобто всім членам явно залежним від часу t надати значення, які вони повинні мати в початковий момент. Такою величиною є тільки природна руслова витрата води $Q_{\text{рп}}$. Тому в початковий момент розвитку руслових деформацій інтегральна функція гідрографу $\Gamma = \int Q_{\text{рп}}^4 dt$. Інтеграл (7) залишається без змін, а інтеграл (9) позбувається другої складової. В результаті будемо мати:

$$\frac{\beta_{\text{р}}}{h} = \bar{\psi}_1, \qquad (11)$$

$$\frac{1}{3 \cdot \beta_{\text{р}}^3} = \bar{\psi}_2. \qquad (12)$$

де $\bar{\psi}_1$, $\bar{\psi}_2$ – значення інтегралів в початковий момент часу.

Отримані залежності необхідно записати в явній залежності відносно шуканої функції h та незалежної змінної $\beta_{\text{р}}$:

$$\beta_{\text{р}} = \left[3 \cdot \bar{\psi}_1\right]^{-1/3}, \qquad (13)$$

$$h = \bar{\psi}_1 \left[3 \cdot \bar{\psi}_2\right]^{-1/3}. \qquad (14)$$

Верхній границі загального розмиву відповідають умови, при яких розрахунковий паводок проходить по не розмитому дну [7]. Тому початкові умови в цьому випадку формуються наступним чином: $h = h_{\text{рп}}$, *де* $h_{\text{рп}}$ – побутова глибина в руслі, яка залежить тільки від часу і приймає значення згідно водомірного графіку паводку. В зв'язку з цим, рішення задачі Коші приймає вигляд:

$$\bar{\psi}_1^{-1} \left[3 \cdot \bar{\psi}_2\right]^{-1/3} = h_{\text{рп}}, \qquad (15)$$

яке після заміни інтегралів та $\bar{\psi}_2$ їх загальними розв'язками (7) і (9) виражається залежністю:

$$\frac{h}{\beta_{\text{р}} \cdot \left[\frac{1}{\beta_{\text{р}}^3} + \frac{3 \cdot 4 \cdot k \cdot A \cdot \Gamma}{B_{\text{р}}^4 \cdot h^{5,5}}\right]} = h_{\text{рп}}. \qquad (16)$$

Результати

В результаті звичайних перетворень приходимо до кінцевого виразу глибини верхньої границі загального розмиву:

$$h = h_{\text{рп}} \cdot \left[1 + \frac{12 \cdot k \cdot A \cdot \Gamma \cdot \beta_{\text{р}}^3}{B_{\text{р}}^4 \cdot h^{5,5}}\right]^{1/3}. \qquad (17)$$

Залежність (17) є неявною і справедлива лише для визначення залишкового розмиву, тобто в момент звільнення заплав від води.

Висновки

1. Вперше обґрунтована та здійсненна аналітична реалізація математичної моделі залишкового розмиву із застосуванням лінійної характеристики трансформації руслової витрати.

2. Отримано науково обґрунтовану методику визначення залишкового розмиву в системі багаторічного прогнозування руслових деформацій.

Ця робота виконана під керівництвом професора С. Г. Ткачука, за що висловлюю йому мою щиру вдячність.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. СНиП 2.05.03-84 Мосты и трубы, Госстрой СССР [Текст]. – Москва : ЦИТП, 1984.
2. ДБН В.2.3-22:2009 Мости та труби. Основні вимоги проектування [Текст]. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2009.
3. Башкевич, І. В. Вплив характеристики трансформації руслової витрати на максимальну та залишкову величину загального розмиву [Текст] / І. В. Башкевич // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2010. – Вип. 33. – С.23-28.
4. Ткачук, С. Г. Теорія розмивів на мостових переходах [Текст] / С. Г. Ткачук. – Донецьк : АТЗТ Вид-во «Донеччина», 2009. – 200 с.
5. Ткачук, С. Г. Прогнозування руслових деформацій на мостових переходах [Текст] / С. Г. Ткачук. – Київ : Редакційно-видавничий відділ НТУ, 2004. – с. 98.
6. Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики. [Текст] / Г. И. Марчук. – Москва : Наука, 1977. – 456 с.
7. Бегам, Л. Г. Деформации подмостовых русел. [Текст] / Л. Г. Бегам, Л. Л. Лиштван, В. С. Муромов. – Москва : Транспорт, 1970. – 200 с.

И. В. БАШКЕВИЧ*

* Каф. «Мосты и тоннели», Национальный транспортный университет, ул. Суворова, 1, Киев, Украина, 01010,
тел / факс +380442807978, эл. почта kproekt@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЕЕ АНАЛИТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОСТАТОЧНОГО РАЗМЫВА

Цель. Усовершенствование методики многолетнего прогнозирования общего размыва на мостовых переходах. **Методика.** Теоретическое изыскание. **Результаты.** Получена научно обоснованная методика определения расчетного уровня размыва за многолетний период эксплуатации мостовых переходов. **Научная новизна.** Впервые предлагается математическая модель, предназначенная для определения остаточного размыва с применением линейной характеристики трансформации руслового расхода. **Практическая значимость**. Предложена аналитическая методика прогнозирования опасных для устойчивости мостовых переходов деформаций дна русла.

Ключевые слова: мостовой переход; многолетнее прогнозирование русловых деформаций; остаточный размыв; длина зоны сжатия; коэффициент сжатия потока под мостом

IRYNA BASHKEVYCH*

*Dep. «Bridges and Tunnels» National Transport University, Suvorova str, 1, 01010 Kyiv, Ukraine Tel/Fax +38044 2807978, e-mail: kproekt@mail.ru

MATHEMATICAL MODEL AND ITS IMPLEMENTATION IN ANALYTICAL DETERMINATION OF THE RESIDUAL EROSION

Purpose. Improved methods of long-term forecasting of the total erosion at the bridge crossing. **Methodology.** Theoretical research. **Findings.** Received a scientifically based methodology for determining the calculated level of erosion over many years of bridges operation. **Originality**. For the first time a mathematical model designed to determine the residual erosion using linear characteristic transformation of channel flow. **Practical value.** An analytical method for predicting dangerous for the stability of bridges deformations channel bottom.

Keywords: bridge; long-term prediction of deformations russes; residual erosion; length of the compression zone; compression ratio of the flow under the bridge

Стаття рекомендована до публікації д.т.н, проф. О. С. Славінською (Україна), д.т.н., проф М. М. Біляєвим (Україна).

Надійшла до редколегії 20.08.2014.
Прийнята до друку 28.09.2014.