
МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

УДК 624.21

А. А. ДАВЫДЕНКО*

* Каф. «Мости и тоннели», Национальный транспортный университет, ул. Суворова 1, Киев, Украина, 01010, тел. +38 (050) 471 33 99, эл. почта alexsandros@inbox.ru

МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В ОЦЕНКЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ МОСТОВ

Цель. Разработка марковских моделей накопления повреждений для оценки и прогноза технического состояния автодорожных железобетонных мостов Украины. **Методика.** Теоретическое исследование. **Результаты.** Получены новые модели оценки и прогноза технического состояния автодорожных железобетонных мостов. **Научная новизна.** Впервые выполнено обобщение марковских моделей деградации подкрепленное статистическими данными истории эксплуатации автодорожных мостов Украины. **Практическое значение.** Полученные модели представляют собой практический инструмент управления надежностью и ресурсом автодорожных мостов.

Ключевые слова: деградация железобетонных элементов; жизненный цикл элементов мостов; марковская модель; интенсивность отказа; остаточный ресурс элементов мостов

Введение

Статья посвящена проблеме моделирования вероятностного процесса накопления повреждений в оценке и прогнозировании технического состояния мостов. В последние 15-20 лет проблема безопасной эксплуатации мостов обострилась в связи с чередой неблагоприятных факторов. Среди них – недостаточное финансирование дорожной отрасли, слабо развитая система эксплуатации автодорожных мостов Украины.

Очевидно, что вопрос построения адекватной модели деградации, позволяющей прогнозировать жизненный цикл транспортного сооружения, был и будет предметом внимания многих исследователей. Научные разработки, направленные на получение реалистического прогноза безопасного функционирования сооружения, всегда будут среди приоритетных в силу большого социально-экономического значения проблемы.

В таких жестких условиях эксплуатации, для безаварийной работы мостов, нужны новые научные подходы к оценке технического состояния сооружений, которые дали бы количественные критерии уровня надежности, риска и алгоритмы прогноза остаточного ресурса и их элементов.

Украина сегодня имеет достаточно много публикаций по проблемам надежности и долговечности сооружений. Так в работах А. И. Лантух-Лященко [8-11] широко развит аппарат Марковских моделей накопления повреждений для оценки и прогнозирования технического состояния эксплуатируемых автодорожных мостов [7].

В работах Д. И. Бородай [2, 3], Ф. В. Яцко [13, 14], Л. Л. Янчук [12] предлагаются модели прогноза ресурса железобетонных элементов мостов основанные на современных теориях физики железобетона. Эти модели дают возможность прогнозировать ресурс железобетонного элемента на всех этапах жизненного цикла, начиная с проектирования.

Широко известны работы ученых Дельфтского технологического университета (Нидерланды) по проблеме управления безопасностью эксплуатации транспортных сооружений. Так в работе М. J. Kallen и J. M. van Noortwijk [17] рассматриваются вопросы применения марковских моделей в управлении мостами Нидерландов.

D. M. Frangopol, профессор университета Лихай, Пенсильвания, США в своей работе [15] исследует критерии оценки технического состояния мостов с точки зрения возможности

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

управления надежностью и прогнозирования ресурса.

Тайванский исследователь Rong-Yau Huang, профессор Центрального государственного университета, в работе [16] рассматривает простой подход использования данных обследования для оценки затрат на техническое обслуживание мостов на протяжении всего срока службы. Все факторы неопределённости для процесса деградации здесь рассматриваются в рамках теории надежности.

В работе финских ученых Asko Sarja и Erkki Vesikari [18] (Финский технический исследовательский центр), предлагается при прогнозе ресурса моста учитывать потребность в ремонтах на протяжении всего жизненного цикла сооружения.

В наших работах [5, 6] показано, что кривая деградации принятая для оценки и прогноза ресурса в системе эксплуатации мостов Украины как нормативная, совпадает с натурными данными только в первой половине жизненного цикла. Эти расхождения приводят к существенным погрешностям в оценке остаточного ресурса сооружения. В представленном ниже исследовании выполнен поиск марковской модели в большей степени, приближающейся к натурным данным системы эксплуатации мостов Украины.

Цель исследования

Глобальной целью представленного исследования является разработка марковских моделей накопления повреждений для оценки и прогноза технического состояния автодорожных железобетонных мостов Украины. Ставится задача развития марковских стохастических моделей деградации, наиболее подходящих для количественной оценки уровня надежности, риска и алгоритмов прогноза остаточного ресурса железобетонных мостов Украины.

Методика

Систему отказов, которая является следствием износа элемента сооружения, будем рассматривать как поток случайных дискретных событий Марковской цепи. Рассматривается процесс с «качественными состояниями». Роль случайной величины играет «дискретное состояние системы» [4].

Введем 5 дискретных состояний – S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 . Опишем состояния подборкой качественных и количественных показателей накопления повреждений, как иерархию постепенных отказов элемента.

В терминах дискретного марковского процесса с непрерывным временем задача сводится к поиску абсолютных вероятностей пребывания системы на произвольном шаге k в состоянии S_i

$$p_i(k) = \text{Prob}[S(k) = S_i]; k=1,2,\dots,5; \quad (1)$$

$$j=1,2,3,4$$

Вероятности $p_i(k)$ выражаются через условные вероятности перехода системы S на шаге k в состояние S_j , если на шаге $k-1$ она была в состоянии S_i :

$$p_i(k) = \text{Prob}[S(k) = S_j | S(k-1) = S_i]; \quad (2)$$

$$j=1,2,3,4$$

Вероятности перехода (2) составляют квадратную матрицу переходов размером, $n=5$ в нашем случае. Обозначим ее \mathbf{P}_0 . На главной диагонали матрицы \mathbf{P}_0 стоят вероятности задержки системы в данном состоянии S_i на шаге k , которые обозначаются $p_{ii}(k)$, на боковых диагоналям стоят $p_{ij}(k)$ – вероятности перехода системы из состояния S_i и в состояние S_j .

В силу того, что на каждом шаге система может находиться только в одном из двух взаимоисключающих состояниях, сумма всех вероятностей одной строки равна единице

$$\sum_{j=1}^n p_{ij}(t) = 1. \quad (3)$$

Поиск вероятностей перехода, которые содержит стохастическая матрица \mathbf{P}_0 является доминантой, центральным местом в разработке марковской модели. Когда матрица \mathbf{P}_0 найдена, по известным значениям условных вероятностей перехода и начальному значению безусловной вероятности нахождения системы в

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

состоянии S_i все другие безусловные вероятности находятся по рекуррентной формуле:

$$p_j(k) = \sum_{i=1}^n p_i(k-1)p_{ij}, k=1,2,\dots; j=1,2,\dots,n. \quad (4)$$

Будем считать, что переход системы из одного состояния в другое происходит как в пуассоновском потоке событий со скоростью (интенсивностью) $\lambda_{ij}(t)$. Переход из одного состояния S_i в состояние S_j происходит в момент, когда наступает первое событие потока. Вектор скоростей пуассоновского потока обозначим \mathbf{E} .

Искомые вероятности Марковской цепи $p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)$ – функции времени являются вероятностями того, что система в момент t находится в состоянии S_i , и определяются из системы обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными, в общем случае, коэффициентами. Это известные уравнения Колмогорова, описывающих эволюцию дискретного Марковского процесса с непрерывным временем.

В матричной форме уравнения имеют вид:

$$\frac{d\mathbf{P}(i,t)}{dt} = \mathbf{P}(i,t) \cdot \mathbf{E}. \quad (5)$$

К уравнению (5) запишем начальные условия:

$$\begin{aligned} t=0; p_1(t) &= 1; \\ p_1(t) = p_2(t) = p_3(t) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Кроме того, при решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений используем условие нормирования:

$$\sum_{i=1}^n p_i(t) = 1. \quad (7)$$

Формула (7) является следствием того, что события цепи Маркова несовместимы и создают полную группу.

Матрица вероятностей перехода $\mathbf{P}(i,t)$ в (5), очевидно, зависит от времени t . Подчеркнем, что время считается от начала процесса. Что касается матрицы интенсивностей перехода (скоростей деградации) \mathbf{E} – то она, в общем случае, является зависимой от времени. До сих

пор пригодные для практического употребления модели получали с независимой от времени матрицей \mathbf{E} и даже в случаях $\mathbf{E} = \text{const}$ [4, 7]. В нашей постановке исследования, рассматриваются именно стохастические модели с непрерывным временем и неравными промежутками времени между дискретными состояниями.

Результаты. Модель с переменной скоростью деградации

Рассмотрим марковскую модель с дискретными состояниями и непрерывным временем, аналогичную [7, 9]. Особенностью предлагаемой модели является задание функции скоростей деградации, зависящей от времени. Ставится задача найти вероятности состояний $p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)$ в заданные моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_n - 1, n=5$. Граф процесса деградации показан на рис. 1.



Рис. 1. Граф процесса деградации

Искомые вероятности модели $p_1(t), p_2(t), \dots, p_5(t)$ – функции времени, определяются решением системы дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 p_1 & 0 \\ -\lambda_2 p_2 & \lambda_1 p_1 \\ -\lambda_3 p_3 & \lambda_2 p_2 \\ -\lambda_4 p_4 & \lambda_3 p_3 \\ \lambda_4 p_4 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Определим функцию скоростей деградации дискретно, численно. Из серии выполненных численных экспериментов приведем три наиболее характерных (табл. 1).

Таблица 1

Скорости деградации

	Эксперимент 1	Эксперимент 2	Эксперимент 3
λ_1	0,027	0,040	0,054
λ_2	0,056	0,042	0,060
λ_3	0,056	0,044	0,072
λ_4	0,053	0,046	0,074

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

Експеримент 1. Для построения теоретической кривой соответствующей графу процесса деградации рис. 1 скорости принимаются по формуле:

$$\lambda_i = 1/T_{i+1}, \quad (9)$$

где T_{i+1} – заданный термин эксплуатации для каждого состояния, $i = 1, 2, 3, 4$.

Заданные термины для эксперимента 1 приняты по средним натурным данным, прогнозированные по нормативной методике [7]: $T_2 = 37$ лет; $T_3 = 18$ лет; $T_4 = 18$ лет и $T_5 = 21$ лет.

Експеримент 2. Здесь значения скоростей деградации приняты по формуле:

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i + 0,05 \cdot \lambda_i, i = 1, 2, 3, 4, \quad (10)$$

где $\lambda_1 = 0,04$ принято, как для нормативной модели прогнозирования [7] при условии $T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = 25$ лет.

Експеримент 3. Скорости приняты как значения средних статистических интенсивностей отказа полученных из натуральных данных средних значений срока службы железобетонных мостов всех типов. (Используемые здесь исторические натурные данные получены из Автоматизированной экспертной системы управления мостами Укравтодора – АЭСУМ) [1].

Параметры теоретических кривых деградации полученных численными экспериментами приведены в табл. 2, графики кривых – на рис. 2.

Таблица 2

Теоретические кривые деградации

№	Эксперимент 1		Эксперимент 2		Эксперимент 3		Натурная кривая	
	P	T , лет	P	T , лет	P	T , лет	P	T , лет
1	0,999844	0	0,999844	0	0,999844	0	0,999844	0
2	0,999134	37	0,998307	25	0,997081	37	0,998363	37
3	0,996373	55	0,992406	50	0,986632	45	0,992461	45
4	0,990342	73	0,979716	75	0,964563	46	0,979771	46
5	0,979963	92	0,958298	100	0,928161	48	0,958351	48

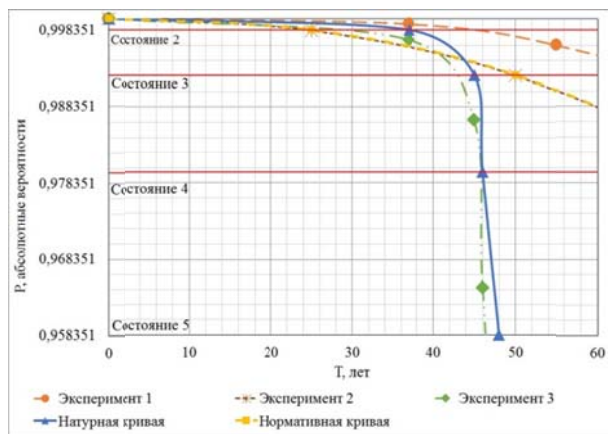


Рис. 2. Теоретические кривые деградации. Модель с переменной скоростью деградации

Модель деградации с внезапным «проскоком»

В реальности процесс старения элемента сооружения состоит не только из постепенных

отказов, а также имеет внезапные отказы. Эта особенность отражается моделью деградации с «проскоками» [4]. В ней процесс накопления повреждений содержит внезапные «проскоки» через одно состояние, как показано на графе процесса на рис. 3.

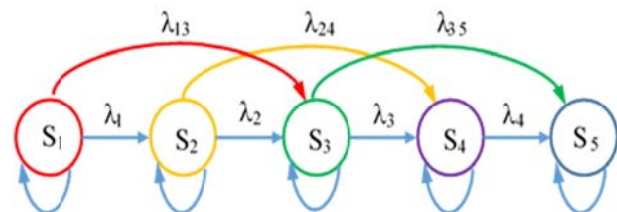


Рис. 3. Граф процесса деградации с «проскоком»

Это также дискретный процесс с непрерывным временем. Система может оставаться в любом из них, последовательно переходить из одного соседнего состояния S_i в другой с большим номером S_{i+1} , или перескочить через

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

соседнее состояние S_{i+1} к следующему S_{i+2} . Состояние 5, как и в предыдущей модели – поглощающие.

Составим уравнения Колмогорова для модели с внезапным «проскоком»:

$$\frac{dP}{dt} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 p_1 & -\lambda_{13} p_1 & 0 & 0 \\ -\lambda_2 p_2 & -\lambda_{24} p_2 & \lambda_1 p_1 & 0 \\ -\lambda_3 p_3 & -\lambda_{35} p_3 & \lambda_2 p_2 & \lambda_{13} p_1 \\ -\lambda_4 p_4 & \lambda_3 p_3 & \lambda_{24} p_2 & 0 \\ \lambda_4 p_4 & \lambda_{35} p_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Приведем здесь два численных эксперимента с заданными скоростями деградации.

Эксперимент 1. Для $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ принимается постоянная скорость деградации по формуле (9), где $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 25$ лет. Принимается также, что в месте проскока скорость деградации возрастает в два раза.

Эксперимент 2. Скорости $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ принимаются из анализа интенсивности отказа [5, 6] как значения для медианы натуральных исторических данных. Скорости в месте «проскока», как и ранее, принимаются большими в два раза.

Принятые для экспериментов численные значения скорости деградации приведены в табл. 3.

Таблица 3

Скорости деградации для модели с «проскоком»

	Эксперимент 1	Эксперимент 2
λ_1	0,040	0,023
λ_2	0,040	0,028
λ_3	0,040	0,036
λ_4	0,040	0,044
λ_{13}	0,080	0,046
λ_{24}	0,080	0,056
λ_{35}	0,080	0,072

Параметры теоретических кривых деградации полученных численными экспериментами для модели с проскоками, приведены в табл. 4, графики – на рис. 4.

Таблица 4

Кривые деградации. Модель с «проскоком»

№	Эксперимент 1		Эксперимент 2		Натурная кривая	
	P	T, лет	P	T, лет	P	T, лет
1	0,99984	0	0,99984	0	0,99984	0
2	0,98706	25	0,99539	37	0,99836	37
3	0,94212	50	0,97886	45	0,99246	45
4	0,85601	75	0,94464	46	0,97977	46
5	0,73161	100	0,88987	48	0,95835	48

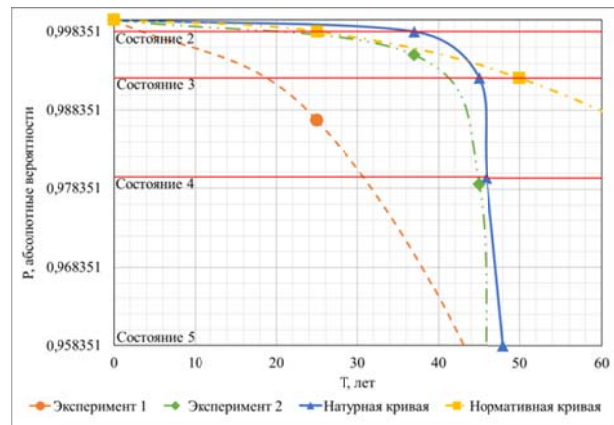


Рис. 4. Кривые деградации. Модель с «проскоком»

Выводы

1. Этим исследованием можно считать доказанным, что марковская стохастическая модель накопления повреждений принятая для оценки и прогноза технического состояния автодорожных мостов Украины адекватна реальному процессу деградации железобетонных элементов. Резкое расхождение в прогнозе ресурса по нормативной кривой деградации и натурными данными показанное здесь на рис. 2 и 4, также в работах [5, 6] не есть недостатком модели. Причина в другом, причина в неадекватном задании скорости деградации. Кривая деградации с постоянной скоростью, принятая в нормативной методике [7] для рассматриваемого элемента моста, может корректно отражать действительный процесс только при условии выполнения регулярных мероприятий по поддержанию надлежащего технического состояния сооружения [6, 15].

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

2. В условиях Украины теоретическая кривая деградации, близкая к натурной может, быть получена только при переменной скорости деградации. Оба варианта, представленных здесь марковских моделей с переменной скоростью деградации, имеют теоретические кривые весьма близко совпадающие с натурными (см. эксперимент 2 на рис. 2 и 4).

3. Выполненное исследование содержит результаты позволяющие корректировать нормативную методику прогноза остаточного ресурса автодорожных мостов Украины [7].

Это исследование было выполнено под руководством д-ра технических наук, профессора А. И. Лантуха-Лященко. Выражаю ему мою искреннюю благодарность.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Боднар, Л. П. Програмный комплекс АЕСУМ: досвід впровадження, сучасний стан та напрями подальшого розвитку [Текст] / Л. П. Боднар, О. П. Канін, Л. Г. Панібратець // Вісник Харківського національного автомобільно-дорожного університету – Харків, 2012. – Вип. 57. – С. 20–23.
- Бородай, Д. И. Модель прогноза долговечности железобетонных пролетных строений автодорожных мостов [Текст] / Д. И. Бородай // Вестник Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна – Днепропетровск, 2010. – Вып. 33. – С. 43–48.
- Бородай, Д. И. Прогноз долговечности типовых железобетонных пролетных строений автодорожных мостов [Текст] / Д. И. Бородай // Вестник Донбасской национальной академии строительства и архитектуры – Макеевка, 2011. – Вып. 87. – С. 169–176.
- Вентцель, Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения [Текст] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров – Москва : Высш. школа, 2000. – 383 с.
- Давиденко, О. О. Аналіз довговічності автодорожніх мостів України [Текст] / О. О. Давиденко // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону» – Київ, 2013. – Вип. 78. – С. 225–235.
- Давиденко, О. О. Оцінка технічного стану і прогнозування залишкового ресурсу автодорожніх мостів України [Текст] / О. О. Давиденко // Автошляховик України – Київ, 2014. – Вип. 237. – С. 29–35.
- Державний стандарт України ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2009. Настанова з оцінювання і прогнозування технічного стану автодорожніх мостів [Текст]. – Введено вперше; надано чинності 2009-11-11. – Київ : Мінрегіонбуд України, – 49 с.
- Лантух-Лященко, А. И. К вопросу о «памяти» Марковской модели накопления повреждений [Текст] / А.И. Лантух-Лященко // Вестник Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна – Днепропетровск, 2010. – Вып. 33. – С. 150–155.
- Лантух-Лященко, А. І. Марковські моделі деградації залізобетонних елементів мостів [Текст] / А. І. Лантух-Лященко // Промислове будівництво та інженерні споруди – Київ, 2009. – Вип. 2. – С. 22–25.
- Лантух-Лященко, А. І. Оцінка технічного стану транспортних споруд, що знаходяться в експлуатації [Текст] / А. І. Лантух-Лященко // Вісник Транспортної Академії України. – Київ, 1999. – Вип. 3. – С. 59–63.
- Лантух-Лященко, А. І. Уточнення оцінки експлуатаційного стану мостів [Текст] / А. І. Лантух-Лященко // Збірник. Дороги і мости. ДерждорНДІ – Київ, 2008. – Вип. 9. – С. 12–18.
- Янчук, Л. Л. Обґрунтування моделі прогнозу життєвого циклу залізобетонних елементів мостового переходу [Текст] / Л. Л. Янчук // Вісник Національного університету «Львівська політехніка» – Львів, 2010. – Вип. 664. – С. 365–371.
- Яцко, Ф. В. Довговічність захисного шару залізобетонних елементів мостів [Текст] / Ф. В. Яцко // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академика В. Лазаряна – Дніпропетровськ, 2010. – Вип. 33. – С. 190–196.
- Яцко, Ф. В. Прогноз довговічності залізобетонних елементів мостів. Статистичний підхід [Текст] / Ф. В. Яцко // Вісник Національного університету «Львівська політехніка» – Львів, 2010. – Вип. 664. – С. 371–378.
- Dan M. Frangopol. Reliability deterioration and lifetime maintenance cost optimization [Text] // ASRANet Conference, Glasgow, 2002.
- Huang, R. Y. Estimation of bridge life cycle maintenance costs using reliability-based model [Text], ISARC 2010, 450 – 460.
- M. J. Kallen & J. M. van Noortwijk. Statistical inference for Markov deterioration models of bridge conditions in the Netherlands, Life-Cycle Performance and Cost: Proceedings of the Third International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management [Text]. – London : Taylor & Francis (2006).

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

18. Sarja Asko & Erkki Vesikari. Life Cycle Management of Concrete Infrastructures for Improved Sustainability [Text] // Technical Research Centre of

Finland. VTT Building Technology; from 01.01.2001 to 31.12.2003.

О. О. ДАВИДЕНКО*

* Каф. «Мости та тунелі», Національний транспортний університет, вул. Суворова 1, Київ, Україна, 01010, тел. +38 (050) 471 33 99, ел. пошта alexsandros@inbox.ru

МАРКОВСЬКІ МОДЕЛІ НАКОПИЧЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ В ОЦІНЦІ ТА ПРОГНОЗУВАННІ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ МОСТІВ

Мета. Розробка марковських моделей накопичення пошкоджень для оцінки і прогнозування технічного стану автодорожніх залізобетонних мостів України. **Методика.** Теоретичне дослідження. **Результати.** Отримані нові моделі оцінки і прогнозу технічного стану автодорожніх залізобетонних мостів. **Наукова новизна.** Вперше виконано узагальнення марковських моделей деградації, підкріплене статистичними даними історії експлуатації автодорожніх мостів України. **Практичне значення.** Отримані моделі являються практичним інструментом управління надійністю і ресурсом залізобетонних автодорожніх мостів.

Ключові слова: деградація залізобетонних елементів; життєвий цикл елементів мостів; марковські моделі; інтенсивність відмови; остаточний ресурс елементів мостів

A. DAVYDENKO*

* Dept. of Bridges and Tunnels, National Transport University, 1 Suvorova str., Kyiv, Ukraine, 01010, tel. +38 (050) 471 33 99, e-mail alexsandros@inbox.ru

MARKOV MODELS OF DAMAGE ACCUMULATION FOR ASSESSMENT AND PREDICTION OF TECHNICAL STATE BRIDGES

Purpose. Development Markov models of damage accumulation for assessment and prediction of technical state highway reinforced concrete bridges of Ukraine. **Methodology.** Theoretical study. **Findings.** New models of assessment and prediction of a highway concrete bridges technical condition are developed. **Originality.** Generalization of Markov models degradation supported by statistical data of operating history highway bridges in Ukraine carried out for first time. **Practical value.** The resulting model is a practical management tool of highway bridges reliability and residual service life.

Keywords: degradation of reinforced concrete elements; life cycle of the bridge; Markov model; outcrossing rate; residual resource of the bridge elements

Статья рекомендована к публикации д.т.н, проф. А. И. Лантухом-Лященко (Украина), д.т.н., проф. Д. О. Банниковым (Украина).

Поступила в редколлегию 26.08.2014.

Принята к печати 26.09.2014.